

二值图象曲线轮廓提取的新算法

余学军 彭立中

(北京大学数学科学学院, 北京 100871)

摘要 从二值图象中得到曲线轮廓(简称曲线化),在计算机辅助设计和制造(CAD/CAM)中有重要的作用.为了更有效地从二值图象中提取更高质量的曲线轮廓,提出了一种新的二值图象曲线化的算法,该算法的核心是对待拟合折线进行自动分段和对分段曲线进行三次 Bezier 曲线拟合.与传统的二值图象曲线化方法相比,由于它能够获得更高质量的图象边界轮廓,因而从根本上解决了点阵图象轮廓无法在线性设备(绘图仪,刻字机,数控机床等)中直接输出的问题,并避免了出现形变(锯齿效应和折线效应)的难题.经商品化刻绘软件(“文泰刻绘”)广泛使用证明,该算法具有很强的实用性,其效果和速度已接近国外同类软件的水平.

关键词 矢量化 曲线拟合

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2002)03-0272-04

An Algorithm for Getting the Curve Border from a Black-White Image

YU Xue-jun, PENG Li-zhong

(College of Mathematics Science, Peking University, Beijing 100871)

Abstract Getting the curve border from a black-white image is very important in CAS/CAD/CAM. A new algorithm for it is presented. The main idea of this algorithm is auto-segment of edge points and quick Bezier fitting to those points. In this algorithm, edge points of a black-white image are detected firstly. At second step, these edge points are segmented according to left and right direction of every point. Then, these segments are classified into two kinds: curve segment and line segment. Those points on the curve segments will be fitted into Bezier curves using a certain simple and quick method. In this way, a set of border from a black-white image, which consists of lines and Bezier curves, is presented. Comparing to the vector method, this algorithm can get accurate and smooth border of a black-white image which is not distorted even if it is enlarged many times, so it is easy to output the border of a black-white image to devices such as sign-maker, plotter, CNC machine, etc. This algorithm is efficient, and widely used in serial software “Wentai Kehui”, the speed and result of which are as good as the same kind of software made in developed countries.

Keywords Vector, Fitting

0 引言

在计算机辅助设计和制造行业中,常需要将一个点阵图象(如商标,企业标志,名人的题字等)的轮廓,进行参数化描述,以使用绘图仪,刻字机或数控机床等线形设备输出,而获取这些点阵图象轮廓常用的方法是首先搜索边界,然后用矢量或曲线进行拟合.鉴于直接用矢量拟合的方法,得到的结果为折

线段,其在高倍放大或高精度设备输出时,将产生明显的折线形变;若直接用曲线拟合,其原图中比较尖锐的地方,又可能被拟合成弧线,则输出后的效果同样不能令人满意.

为此,本文提出了一种二值图象智能曲线化方法,它能够正确地检测出原图象的直线部分和曲线部分,然后分别用直线段和 Bezier 曲线段来拟合,所得到的曲线化结果,节点少,图形光顺整齐,与原图象差异小,且几乎不用修改,即可在线形设备上输

出或作进一步的处理.它不仅有效地吸取了单独用矢量或曲线来拟合的优点,且避免了它们的缺点.

1 基于分段的图象曲线化方法

由于人们在观看一幅图象时,对其直角和锐角部分非常敏感,因此在做图象转化后,一定要保证这一部分不被拟合成曲线.而对于弯曲的部分,则希望拟合曲线连续、光滑、视觉效果好,通常要求其一、二阶函数连续.本文图象曲线化方法则借助于连续曲线的左导数和右导数的概念,同时引进了离散点的左侧方向矢量和右侧方向矢量的概念,并根据这个概念来对转化后的点列进行初分类.

对于拟合后的折线段,则首先计算每一段的拟合误差,然后对于所有的拟合误差进行聚类分析,对误差大的折线段可以继续用曲线段来拟合.

1.1 点阵图象转化为点列

对于一幅点阵图,搜索其闭合轮廓线已有很多成熟的算法.为了保证转化后的精度,以及保证所得到的轮廓线为封闭的,则需把图象中的每一个点看作为一个矩形区域,这样每条边线必定关联两个矩形区域,若这两个区域的颜色相同,则将这条边的属性记为 0,否则将这条边的属性记为 1,这样所有为 1 的边就构成这个区域的轮廓线(如图 1 所示).



图 1 标记图象边界线

由图 1 可见,因为左侧两组区域的颜色相同,所以其共同边的属性值为 0;右侧两组区域的颜色不同,所以其共同边的属性值为 1.若把那些属性值为 1 的边,链接成封闭的折线段,则得到其轮廓线^[1,2].

1.2 自动判断点列的拐点和折线拟合

对于得到的每一组封闭轮廓线,首先给出计算轮廓线上每个点的左侧方向矢量及右侧方向矢量的方法,然后计算该轮廓线上每个点的变化率,最后给出对该轮廓线进行粗分段的方法.

定义 1 轮廓线上每个点的变化率的定义如下:

对于任意一个点 P ,假设点 P 的前面 n 个点为 P_0, P_1, \dots, P_{n-1} ,则该点的左侧方向矢量 P'_L 定义为

$$P'_L = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{P_i - P}{\|P_i - P\|} \quad (1)$$

同样,假设点 P 的后面 n 个点为 $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}$,则该点的右侧方向矢量 P'_R 定义为

$$P'_R = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{Q_i - P}{\|Q_i - P\|} \quad (2)$$

点 P 的变化率 $r(P)$ 定义为

$$r(P) = \left\| \frac{P'_L - P'_R}{2} \right\| \quad (3)$$

初步分段算法如下:

算法 1 闭合轮廓初步分段

(1) 按式(3)计算每个点的变化率 $r(P)$.

(2) 计算所有点的平均变化率,并将所有点均标记为未处理.

(3) 循环:

① 若所有点均被标记为已处理,则终止循环.

② 找到所有未处理中最大变化率的点 P ,将 P 记为分段点,并标记 P 为已处理.

③ 若点 P 的变化率小于平均变化率,则终止循环.

④ 从此点开始,向前和向后查找第 1 个变化率小于平均变化率的点,将中间这些点均标记为处理过.

⑤ 返回①.

给出初步分段后,再对每一段根据最小二乘法进行折线拟合,则得到一组折线段.

这样,通过以上工作,就把离散点拟合成了一系列折线,并且最大误差小于指定阈值.

1.3 自动判断折线段是否需要用曲线拟合

在这些折线段中,一部分折线段可以进一步拟合成曲线.下面,给出一个光滑性判据,据此,把这些折线段分成两类,其中一类不再需要曲线拟合,另一类则需要进一步拟合.

对于任意一个折线段 AB ,假设是由 P_0, P_1, \dots, P_{n-1} 等 n 个点拟合而成的,并定义 d_i 为点 P_i 到折线段 AB 的距离,那么,该折线段的拟合误差 S 定义如下

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} d_i \quad (4)$$

若 S 越大,则说明拟合出折线段 AB 的点越有可能被拟合成曲线.判定是否拟合成曲线的方法是:首先,对每一个闭合轮廓的所有折线段的拟合误差进行统计分析,若其均方误差比较小,但平均误差比较大,则认为所有折线段都需要再次用曲线拟合;而若平均误差比较小,则认为所有折线段不需要用曲线拟合;若其均方误差比较大,则采用聚类分析的方法,将其分成两类,而对其中拟合误差较大的一类,则可以继续用曲线段来拟合,根据实验获得了一些用于聚类的有关阈值数据,在实际应用中,提供给用户一个选择的机会.有关聚类分析的方法,请参考文

献[3].

1.4 快速曲线拟合

对于每一段需要进行曲线拟合的点列 P_0, P_1, \dots, P_{n-1} , 若直接用 Bezier 曲线来拟合, 则计算复杂, 且精度不能保证. 若按照以下方法来拟合, 则速度快, 效果好.

第1步, 进行如下二维变换, 将点列 P_0, P_1, \dots, P_{n-1} 规范化.

令

$$Q_i = (P_i - P_0)M \begin{bmatrix} \frac{1}{d} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, d 为点 $P_0(X_0, Y_0)$ 至点 $P_{n-1}(X_{n-1}, Y_{n-1})$ 的距离, 即

$$d = \sqrt{(X_0 - X_{n-1})^2 + (Y_0 - Y_{n-1})^2} \quad (6)$$

M 为如下矩阵

$$M = \begin{bmatrix} \frac{X_{n-1} - X_0}{d} & -\frac{Y_{n-1} - Y_0}{d} \\ \frac{Y_{n-1} - Y_0}{d} & \frac{X_{n-1} - X_0}{d} \end{bmatrix} \quad (7)$$

第2步, 按照下式对上述 $\{Q_i\}$ 点列用最小二乘法进行拟合

$$Y = d_0X^3 + d_1X^2 + d_2X + d_3 \quad (8)$$

第3步, 将拟合结果按照如下方法转化为 Bezier 曲线段的表述

$$B_0 = (d_3, 0)M^{-1} + P_0$$

$$B_1 = \left(\frac{d_2}{3} + d_3, \frac{d}{3}\right)M^{-1} + P_0 \quad (9)$$

$$B_2 = \left(\frac{d_1}{3} + \frac{2}{3}d_2 + d_3, \frac{2}{3}d\right)M^{-1} + P_0$$

$$B_3 = (d_0 + d_1 + d_2 + d_3, d)M^{-1} + P_0$$

其中, B_0, B_3 为 Bezier 曲线段的端点, B_1, B_2 为 Bezier 曲线段的控制点, M^{-1} 为 M 的逆矩阵.

式(7)实际上是个旋转矩阵, 经过式(5)的变换, 原点列即变为自变量在 $(0, 1)$ 区间的一个点列. 把拟合后的自变量看作 t , 则旋转和平移后点列的参数表达式为

$$\begin{cases} X = dt \\ Y = d_0t^3 + d_1t^2 + d_2t + d_3 \quad (0 \leq t \leq 1) \end{cases} \quad (10)$$

而 Bezier 曲线的参数表达式为

$$(X, Y) = (t^3, t^2, t, 1) \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B'_0 \\ B'_1 \\ B'_2 \\ B'_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

比较式(10)和式(11)即得到

$$B'_0 = (d_3, 0)$$

$$B'_1 = \left(\frac{d_2}{3} + d_3, \frac{d}{3}\right) \quad (12)$$

$$B'_2 = \left(\frac{d_1}{3} + \frac{2}{3}d_2 + d_3, \frac{2}{3}d\right)$$

$$B'_3 = (d_0 + d_1 + d_2 + d_3, d)$$

式(12)经过旋转和平移, 即得到式(9)^[1,4].

1.5 闭合调整

以上得到的拟合后的直线段和曲线段, 相邻两条线段的端点并不一定重合, 但可通过计算相邻两线段交点的方法来调整线段端点的位置, 以保证整个轮廓线是闭合的.

2 实验结果

为了验证本文算法的效果, 利用二值图象进行了大量的实验, 现有针对性地举例如下(硬件环境: P II 333, 64M RAM)

图2上半部分是通过扫描得到的一幅“海尔”商标图象, 图象大小为 1465×461 , 下半部分是按照上述方法进行转化的效果, 图中小框为字符轮廓折线段或曲线段的端点. 由图2可以看出, 转换后产生的曲线段较少, 而且字母“H”和“I”均被转化为折线段, 保留了其尖角的特征, 而“a”和“e”的弯曲部分均被拟合成曲线, 拟合后的效果非常好. 整个转化过程用时 3.3s.

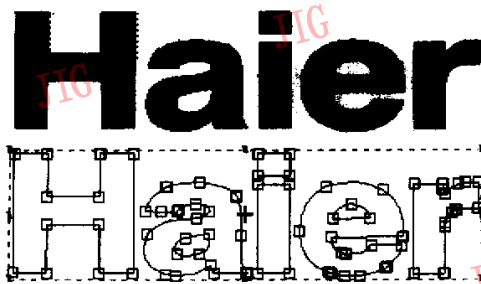


图2 “Haier”商标图象的转化效果

图3是扫描获得的一幅中国民俗图案, 从图上可以看出, 此图非常复杂, 其点阵数为 3520×3274 ,

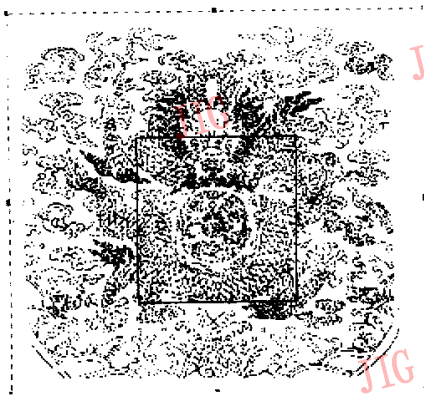


图 3 一幅非常复杂的黑白二值中国民俗图象



图 4 转化后的效果(局部)

处理这幅图所用时间为 3min. 转换后,效果如图 4 所示(局部放大的部分,矩形框中的部分与上图矩形框中的部分对应).

3 结束语

实验结果表明,本文提出的算法具有速度快、效果好、适应性强的特点,有很强的实用价值. 经国产商品化软件“文泰系列 CAS 软件”的实际应用,表明此算法在速度和效果两方面均令人满意.

参 考 文 献

- 1 Donald Hearn, Baker M Pauline. Computer graphics[M]. New Jersey USA;Prentice-Hall International, Inc. 1998.
- 2 Castleman Kenneth R. Digital Image Processing [M]. New Jersey USA;Prentice-Hall International, Inc. 1998.
- 3 边肇祺等. 模式识别[M]. 北京:清华大学出版社,1988.
- 4 孙家广,杨长贵. 计算机图形学(新版)[M]. 北京:清华大学出版社,1995.

余学军 1970年生,北京大学数学科学学院博士研究生. 从事计算机图形学、地理信息系统、计算机辅助设计与制造等的研究.

彭立中 北京大学数学科学学院教授,博士生导师. 从事调和函数、小波理论及应用、图象处理和模式识别的研究.